

**ЧАСТНОЕ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
"АНГЛИЙСКАЯ ШКОЛА "СЕМЬЯ"**

**Аннотация к рабочей программе курса внеурочной деятельности
«Олимпиадная математика»
(Основная образовательная программа основного общего образования)**

Критерии	Описание критерия
Полное наименование программы	Рабочая программа курса внеурочной деятельности «Олимпиадная математика» для обучающихся 5-9 классов
Уровень образования	Основное общее образование
Класс	5-9
Нормативная основа разработки программы	- Приказ Министерства просвещения РФ от 31 мая 2021 г. № 287 "Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования"; - Приказ Министерства просвещения РФ от 18 мая 2023 г. № 370 "Об утверждении федеральной образовательной программы основного общего образования"
Срок реализации программы	5 лет
Количество часов по программе всего и интенсивность в неделю	Всего по программе: 170 часов Интенсивность: 5 класс – 34 ч. (1 час в неделю) 6 класс – 34 ч. (1 час в неделю) 7 класс – 34 ч. (1 час в неделю) 8 класс – 34 ч. (1 час в неделю) 9 класс – 34 ч. (1 час в неделю)
Учебники и учебные пособия	1. Петерсон Л. Г. Система и структура учебной деятельности в контексте современной методологии. Монография. / Л.Г. Петерсон, Ю.В. Агапов, М.А. Кубышева и др. 2. Петерсон Л.Г. Деятельностный метод обучения: построение непрерывной сферы образования / Л.Г. Петерсон, М.А. Кубышева и др. 3. Анисимов О.С. Методологический словарь для стратегов. Т.1 / О.С. Анисимов. 4. Анисимов О.С. Гегель: мышление и развитие (путь к культуре мышления). 5. Венгер Л.А. Педагогика способностей. 7. Маслоу А. Мотивация и личность. 7. Хинчин А.Я. О воспитательном эффекте уроков математики //Математика в школе. 8. Петерсон Л.Г., Агаханова О.Н. Программа курса внеурочной деятельности «Олимпиадная математика». 1–9 классы / Подготовка учащихся общеобразовательных школ к решению нестандартных задач. 9. Петерсон Л.Г., Агаханова О.Н. Математический театр: II ступень курса «Олимпиадная математика» для 3–9 классов: учебное пособие. 10. Предметные олимпиады. 5-11 классы Математика. /Л.Н. Дегтярь, Е.Ю. Дюмина, А.А. Махонина и др. 11. Занимательная арифметика / Я.И. Перельман. 12. Примени математику / И.Н. Сергеев, С.Н. Олехник, С.Б. Гашков. 13. Математическая шкатулка: Пособие для учащихся 4-8 классов/ Ф.Ф. Нагибин, Е.С. Канин. 14. Задачи на смекалку 5-6 классы: Учебное пособие для образовательных учреждений, И.Ф. Шарыгин, А.В. Шевкин.

	15. 1000 и 1 задача по математике. Книга для учащихся 5-7 классов. /А.В. Спивак.
Цель(и) реализации рабочей программы	вовлечение обучающихся в математическую деятельность, развитие их познавательной мотивации, мышления, творческих способностей, формирование опыта решения нестандартных задач, знакомство с олимпиадными подходами и за счет этого — повышение уровня их общей математической подготовки, качества углубленного изучения математики и результативности олимпиадного движения в начальной и основной школе
Предметные результаты освоения	К концу обучения в пятом классе обучающийся научится: I. АРИФМЕТИКА 1. Суммы - вычислять суммы чисел, идущих через равные промежутки, с помощью разбиения на пары; - применять формулу суммы всех натуральных чисел от 1 до n; - использовать подсчет суммы чисел в задачах о разбиении на пары групп чисел с равной суммой. 2. Числа и их свойства - конструировать примеры с дробями; - применять арифметические свойства дробей, правила сокращения дробей в задачах-конструктивах; - решать задачи о равномерном распределении частей между несколькими людьми. 3. Закономерности - проводить предварительный анализ в задачах-конструктивах; - использовать разбиение на подзадачи при построении геометрических и числовых конструкций. 4. Время и движение - строить и применять нестандартные схемы (чертежи) к задачам на движение; - изображать скорости движения в частях (единичных отрезках); - использовать более крупные единицы времени, НОД и НОК для уравнивания расстояний. II. ГЕОМЕТРИЯ 1. Геометрическое мышление - изображать развертки простых пространственных фигур (куб, параллелепипед, пирамида); - подбирать подходящие разные развертки куба и прямоугольного параллелепипеда для решения задач; - изображать три вида объемной фигуры; - восстанавливать возможную форму пространственной фигуры по ее трем видам. 2. Площади - применять метод перебора в геометрических задачах, соображения симметрии для его упрощения; - использовать фигуры пентамино при решении задач на разрезание; - вводить вспомогательную сетку (с укрупненными или уменьшенными клетками, наклонную сетку) для вычисления площадей фигур на клетчатой бумаге; - применять параллельный перенос на клетчатой бумаге для упрощения вычисления площадей фигур; - проводить предварительный анализ в задачах о перекраивании фигур;

	- находить возможные способы разрезания и составления фигур в задачах о перекраивании фигур с помощью метода «проб и ошибок», принципа «узких мест». 3. Геометрические неравенства - рассматривать все неэквивалентные варианты взаимного расположения нескольких точек на прямой; - вычислять координату середины отрезка на числовой прямой; - находить расстояние между серединами отрезков на числовой прямой по координатам вершин этих отрезков. III. АЛГЕБРА 1. От чисел к буквам - вводить удобную переменную в нестандартных текстовых задачах; - составлять и решать уравнение с одной переменной. 2. Функциональные зависимости - устанавливать взаимно однозначное соответствие между элементами двух множеств; - использовать взаимно однозначное соответствие (разбиение на пары) для сравнения количества элементов в двух множествах; - применять метод разбиения на пары при решении комбинаторных задач. 3. Неравенства и оценки - доказывать оценки значения величины «сверху» и «снизу»; - использовать оценки «сверху» и «снизу» для ограничения перебора числовых значений величины; - применять двусторонние оценки для доказательства единственности возможного значения неизвестной. IV. ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ 1. Делимость - применять свойства делимости, признаки делимости на 2, 4, 8, 5, 25, 10, 3, 9 при решении нестандартных задач; - доказывать обобщения признаков делимости (признаки делимости на степени двойки, степени пятерки); - использовать разложение натурального числа на простые множители в задачах-конструктивах и задачах на доказательство; - фиксировать и применять инвариантность свойства делимости некоторой величины в процессах. 2. Остатки - определять остаток от деления числа на 2, 4, 8, 5, 10, 3, 9 с помощью соответствующего признака делимости; - использовать свойство делимости на n разности числа и его остатка от деления на n при решении задач. V. ЛОГИКА 1. Математическая логика - находить с помощью метода перебора все варианты ответа в логических задачах; - анализировать высказывания о существовании и всеобщности, использовать их отрицания при решении логических задач; - строить отрицания высказываний со связками «больше», «меньше», «больше или равно», «меньше или равно». 2. Принципы решения задач - применять метод «анализ с конца» (метод обратного хода) при решении текстовых и логических задач; - использовать табличную форму записи решения текстовой задачи с помощью «анализа с конца»;
--	--

	- использовать идею доказательства «от противного» при решении задач о наибольшем или наименьшем возможном значении величины (задачи с вопросом «сколько нужно взять»). 3. Алгоритмы и конструкции - составлять алгоритмы угадывания с помощью вопросов, на которые можно отвечать только «да» и «нет»; - использовать табличную форму записи шагов алгоритма угадывания. 4. Игры и стратегии - строить и обосновывать симметричную стратегию, симметричную стратегию «с центром» в математических играх для двух игроков; - приводить примеры неверного использования симметричной стратегии; - конструировать выигрышную стратегию на основе анализа выигрышных и проигрышных позиций в игре. VI. КОМБИНАТОРИКА И ТЕОРИЯ МНОЖЕСТВ 1. Комбинаторика - применять правила суммы (правило «ИЛИ») и произведения (правило «И») в комбинаторных задачах; - решать задачи, требующие комбинации этих двух правил. 2. Теория множеств - применять метод дополнения, теоретико-множественные модели для решения задач о подсчетах; - вычислять количество натуральных чисел в диапазоне, делящихся или не делящихся на некоторое n. VII. КОМБИНАТОРНАЯ ГЕОМЕТРИЯ 1. Раскраски и разбиения - использовать шахматную раскраску доски, других объектов для проведения оценок и доказательств; - использовать шахматную раскраску для конструирования примеров. 2. Теория графов - строить более сложные интерпретации задач в терминах теории графов (графы шахматных фигур); - вычислять количество ребер в полном графе, графе шахматной фигуры; - представлять турнир в виде графа; - изображать двудольный граф. 3. Комбинаторная геометрия - строить регулярные покрытия плоскости равными фигурами (паркеты); - использовать для замощения правильные многоугольники, выпуклые и невыпуклые фигуры. Обучающийся получит возможность научиться при решении олимпиадных задач самостоятельно: - анализировать текст задачи, внетекстовую информацию; - анализировать вопрос (требование) задачи; - находить взаимосвязи между условиями задачи и использовать их для построения модели и хода решения; - строить модели на основе уже известных (числовой луч, схема, таблица, диаграмма Эйлера — Венна, граф, дерево вариантов); - составлять алгоритм решения задачи; - находить «узкие места» задачи и использовать их при конструировании примеров; - применять метод перебора;
--	---

- строить логические рассуждения в устной и письменной форме;
- описывать устно «путь к решению», то есть логическое рассуждение, которое позволило прийти к решению (конструкции, доказательству);
- преодолевать кажущиеся противоречия, связанные с недостаточным анализом условия задачи;
- проверять ответ (пример) на соответствие всем условиям задачи;
- проверять ход доказательства на отсутствие противоречий и необоснованных выводов;
- делать краткую (схематичную) запись решения задачи, логического рассуждения;
- формулировать в письменном виде полный текст логического рассуждения.

К концу обучения в шестом классе обучающийся научится:

I. АРИФМЕТИКА

1. Суммы

- определять неизвестную, значение которой можно выразить двумя способами, и вычислять ее значения (применять метод подсчета двумя способами);
- использовать метод подсчета двумя способами в доказательствах «от противного», при решении задач с арифметическими таблицами, геометрических задач;
- составлять уравнения на основе подсчета неизвестной двумя способами;
- доказывать и применять при решении задач свойства среднего арифметического набора чисел (изменение при увеличении всех чисел набора на некоторое число и в некоторое число раз; оценка среднего арифметического сверху и снизу наибольшим и наименьшим числами набора; неизменность среднего арифметического при добавлении числа, равного среднему арифметическому чисел набора).

2. Числа и их свойства

- строить конструкции с отрицательными числами;
- использовать отрицательные числа в задачах с числовыми оценками.

3. Закономерности

- конструировать сложные арифметические, геометрические примеры с помощью метода последовательного конструирования;
- доказывать возможность существования конструкции методом последовательного конструирования;
- определять необходимое количество базовых конструкций в задачах с последовательным конструированием.

4. Время и движение

- составлять схемы к задачам про движение по кругу, в том числе схем с единичными дугами;
- решать задачи о количестве пересечений стрелок часов, их взаимном расположении;
- вычислять градусные меры дуг между часовой, минутной, секундной стрелками.

II. ГЕОМЕТРИЯ

1. Геометрическое мышление

- изображать пространственные фигуры по набору свойств (количество вершин, ребер, граней);

	- строить развертки более сложных многогранников, восстанавливать вид пространственной фигуры по ее развертке; - решать задачи об оклеивании объемных фигур, построении путей на поверхности таких фигур. 2. Площади - строить разрезания не клетчатых фигур на равные части; - использовать вспомогательную сетку для разрезания не клетчатых фигур. 3. Геометрические неравенства - применять неравенство треугольника при решении простых геометрических и текстовых задач; - доказывать неравенство треугольника с помощью построений циркулем и линейкой. III. АЛГЕБРА 1. От чисел к буквам - применять запись числа в виде суммы разрядных слагаемых ($a + 10b + 100c + \dots$) для сведения задачи к уравнению в цифрах; - решать уравнения в цифрах с помощью метода перебора и использования свойств делимости. 2. Функциональные зависимости - использовать пропорции и их свойства при решении нестандартных текстовых задач. 3. Неравенства и оценки - подбирать промежуточное число (посредника) для доказательства числовых неравенств, сравнения чисел; - использовать метод введения переменной для доказательства числовых неравенств, сравнения чисел. IV. ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ 1. Делимость - доказывать и применять в задачах признаки делимости, связанные с десятичной записью числа (на 7, 11, 13 и др.); - решать задачи на оценку и пример, связанные с делимостью (нахождение наименьшего числа с указанными свойствами делимости, наименьшей возможной суммой цифр). 2. Остатки - записывать в общем виде целое число с определенным остатком от деления на n; - использовать арифметические свойства остатков при решении задач; - применять свойство за цикливания остатков при возведении числа в степень, определять остаток данной степени числа. V. ЛОГИКА 1. Математическая логика - применять метод «от противного»; - строить отрицания высказываний с логическими связками «и», «или», сложных высказываний, применять эти отрицания в доказательствах «от противного»; - решать логические задачи на оценку и пример; - решать задачи о расположении объектов по кругу. 2. Принципы решения задач - применять принцип Дирихле (избыток, недостаток) для решения задач; - использовать доказательство «от противного» для решения задач, требующих обобщения принципа Дирихле; - решать геометрические задачи с помощью принципа Дирихле.
--	---

	3. Алгоритмы и конструкции - составлять алгоритмы взвешиваний; - использовать представление результатов взвешиваний с помощью дерева вариантов; - доказывать невозможность построения алгоритма взвешиваний при недостаточном количестве доступных взвешиваний. 4. Игры и стратегии - строить стратегии в играх «на опережение»; - доказывать, что один из игроков может обеспечить себе ничью. VI. КОМБИНАТОРИКА И ТЕОРИЯ МНОЖЕСТВ 1. Комбинаторика - вычислять количество анаграмм данного слова с различными и повторяющимися буквами; - выводить формулы для числа перестановок с помощью правила произведения. 2. Теория множеств - использовать метод введения переменной в задачах про множества. VII. КОМБИНАТОРНАЯ ГЕОМЕТРИЯ 1. Раскраски и разбиения - использовать различные виды раскрасок досок для доказательства невозможности разрезания доски на определенные части. 2. Теория графов - формулировать условие задачи в терминах теории графов; - применять лемму о рукопожатиях для подсчета количества ребер в графе; - использовать свойство четности количества вершин нечетной степени в графе в доказательствах; - доказывать лемму о хороводах. 3. Комбинаторная геометрия - применять невыпуклые фигуры при конструировании; - определять все возможные значения количества сторон при пересечении многоугольников. Обучающийся получит возможность научиться при решении олимпиадных задач самостоятельно: - анализировать текст задачи, внетекстовую информацию; - анализировать вопрос (требование) задачи; - находить взаимосвязи между условиями задачи и использовать их для построения модели и хода решения; - строить модели на основе уже известных (числовой луч, схема, таблица, диаграмма Эйлера — Венна, граф, дерево вариантов); - составлять алгоритм решения задачи; - строить отрицания сложных высказываний и использовать метод «от противного» для доказательства вспомогательных утверждений; - находить «узкие места» задачи и использовать их при конструировании примеров; - применять метод перебора; - строить логические рассуждения в устной и письменной форме; - формулировать и доказывать необходимые вспомогательные свойства (леммы); - преодолевать кажущиеся противоречия, связанные с недостаточным анализом условия задачи; - проверять ответ (пример) на соответствие всем условиям задачи;
--	--

- проверять ход доказательства на отсутствие противоречий и необоснованных выводов;
- фиксировать противоречия в ходе перебора случаев и делать выводы об их невозможности;
- формулировать в письменном виде полный текст решения задачи.

К концу обучения в седьмом классе обучающийся научится:

I. АРИФМЕТИКА

1. Суммы

- вычислять длинные суммы способом «телескопического суммирования»;
- использовать формулы сокращенного умножения, разложения многочленов на множители для вычисления сумм.

2. Числа и их свойства

- использовать свойства рациональных чисел при решении нестандартных задач;
- строить конструкции с рациональными числами.

3. Закономерности

- обобщать числовую задачу на задачу с переменной;
- составлять и доказывать формулы числовых закономерностей в арифметических, геометрических, логических и комбинаторных задачах.

4. Время и движение

- решать задачи на движение с помощью перехода в движущуюся систему координат;
- учитывать протяженность объектов в задачах на движение;
- изображать схемы к нестандартным задачам на движение по реке и задачам, которые описывают схожий тип движения.

II. ГЕОМЕТРИЯ

1. Геометрическое мышление

- решать задачи на построение с использованием соображений симметрии;
- решать нестандартные задачи на нахождение ГМТ (геометрического места точек).

2. Площади

- доказывать и применять формулу площади произвольного треугольника;
- вычислять площади не клетчатых фигур с помощью разрезания на элементарные части (прямоугольники и треугольники).

3. Геометрические неравенства

- использовать осевую симметрию при доказательстве геометрических неравенств;
- решать задачу о нахождении кратчайшего пути между двумя точками, находящимися по одну сторону от заданной прямой и касающегося этой прямой.

4. Аналитические методы в геометрии

- доказывать теорему Пифагора с помощью метода дополнения и алгебраических интерпретаций;
- применять теорему Пифагора при решении задач на разрезание.

III. АЛГЕБРА

1. От чисел к буквам

- применять способы разложения многочленов на множители при решении нестандартных алгебраических задач;
- использовать формулы сокращенного умножения для решения таких задач;

	- применять метод замены числовых значений переменными для упрощения числовых выражений. 2. Функциональные зависимости - применять свойства линейной функции при решении нестандартных задач. 3. Неравенства и оценки - доказывать арифметические свойства неравенств и применять их при решении задач; - доказывать неравенства с помощью выделения полных квадратов; - доказывать и применять неравенство Коши (о среднем арифметическом и среднем геометрическом для двух чисел); - использовать в доказательстве неравенств метод разбиения одночленов на слагаемые, прибавления и вычитания некоторого одночлена; - доказывать и применять неравенство о сумме квадратов трех чисел и их попарных произведений. IV. ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ 1. Делимость - обосновывать корректность алгоритма Евклида и применять его при решении числовых задач, задач о делимости; - доказывать и применять свойства НОД и НОК; - доказывать теорему о линейном представлении НОД; - решать линейные уравнения в целых числах. 2. Остатки - ограничивать множество возможных решений текстовых задач, уравнений в целых числах с помощью перебора по остаткам; - составлять таблицы возможных остатков квадратов, кубов чисел; - использовать свойства сравнений по модулю при решении задач; - решать сравнения с помощью сведения к линейным уравнениям в целых числах. V. ЛОГИКА 1. Математическая логика - использовать дополнительную раскраску и разбиение на группы для решения логических задач на оценку и пример; - строить отрицание логического следования. 2. Принципы решения задач - применять принцип «узких мест» для конструирования примеров и доказательства утверждений; - использовать идею упорядочивания числовых рядов по возрастанию/убыванию, рассмотрения наибольшего или наименьшего числа в ряду для конструирования примеров и доказательства утверждений; - применять геометрический принцип крайнего. 3. Алгоритмы и конструкции - использовать «жадный» алгоритм для составления примеров, доказательства максимальности или минимальности; - применять «жадный» алгоритм при последовательном конструировании; - приводить примеры задач, в которых «жадный» алгоритм не дает оптимальный ответ. 4. Игры и стратегии - конструировать стратегии в математических играх для двух игроков, основанные на предварительном разбиении ходов на пары;
--	--

	- разрабатывать стратегии в математических играх для двух игроков, основанные на создании «заповедников». VI. КОМБИНАТОРИКА И ТЕОРИЯ МНОЖЕСТВ 1. Комбинаторика - находить число способов размещения с повторениями и без повторений; - выводить формулу для числа размещений в виде произведения и в виде отношения факториалов; - находить число сочетаний; - выводить формулу для числа сочетаний; - различать ситуации, в которых нужно подсчитать число размещений и число сочетаний; - доказывать равенства для чисел сочетаний алгебраически и комбинаторно; - решать задачи на подсчет количества способов, связанные с числом размещений и сочетаний. 2. Теория множеств - выводить и использовать формулу включений-исключений для трех множеств. VII. КОМБИНАТОРНАЯ ГЕОМЕТРИЯ 1. Раскраски и разбиения - применять разбиение на группы объектов двух типов, расположенных по кругу; - использовать метод разбиения досок на непересекающиеся части для доказательства оценок; - решать задачи с помощью усреднения (с подсчетом общего числа разбиений). 2. Теория графов - использовать свойства связности, понятие компонент связности графа при решении задач; - применять графы-деревья для решения задач; - использовать двудольные графы и их свойства для решения задач. 3. Комбинаторная геометрия - доказывать свойства раскрасок плоскости; - решать задачи о существовании одноцветных и разноцветных точек на определенном расстоянии на плоскости; - решать задачи о правильной раскраске объемных фигур. Обучающийся получит возможность научиться при решении олимпиадных задач самостоятельно: - анализировать текст задачи, внетекстовую информацию; - анализировать вопрос (требование) задачи; - находить взаимосвязи между условиями задачи и использовать их для построения модели и хода решения; - строить модели на основе уже известных (график на координатной плоскости, схема, таблица, диаграмма Эйлера — Венна, граф, уравнение, неравенство); - выбирать общий подход к решению задачи; - при необходимости корректировать ход решения задачи в процессе ее решения; - конструировать собственный способ решения задачи; - применять общие принципы решения задач (анализ «узких мест», принцип крайнего, масштабирование задачи, индуктивные рассуждения); - формулировать и доказывать необходимые вспомогательные свойства (леммы);
--	--

	- проверять решение задачи на соответствие условиям и требованиям, непротиворечивость математическому и жизненному опыту; - излагать решение задачи в письменной и устной форме. К концу обучения в восьмом классе обучающийся научится: I. АРИФМЕТИКА 1. Суммы - работать с рекуррентными соотношениями; - выделять и доказывать закономерности, связанные с рядом Фибоначчи; - доказывать свойства чисел Фибоначчи, связанные с суммированием. 2. Числа и их свойства - доказывать иррациональность чисел вида p, где p — натуральное число, не являющееся точным квадратом; - доказывать иррациональность чисел, являющихся суммой таких чисел; - использовать свойства сопряженных чисел при решении задач; - применять свойства рациональности и иррациональности суммы, разности, произведения и частного иррациональных чисел; - доказывать свойства периодических и непериодических десятичных дробей, связанные с конечностью и бесконечностью повторения цифр. 3. Закономерности - составлять формулы закономерностей; - доказывать алгебраические равенства и формулы закономерностей с помощью метода математической индукции; - применять метод математической индукции в случае, когда шаг индукции отличен от 1. 4. Время и движение - решать задачи на движение с помощью введения нескольких переменных и дальнейшего рационального решения получающейся линейной или нелинейной системы уравнений; - применять известные неравенства (неравенство Коши, неравенство Штурма) при решении сложных задач на движение. II. ГЕОМЕТРИЯ 1. Геометрическое мышление - применять дополнительные построения при решении геометрических задач (удвоение медианы, откладывание равного отрезка на продолжении стороны («спрямление»), построение середины отрезка, проведение высот, вспомогательной окружности). 2. Площади - вычислять площади фигур с помощью приема трансформации площадей; - доказывать равенство площадей фигур с помощью приема трансформации площадей. 3. Геометрические неравенства - доказывать и использовать при решении задач неравенство ломаной (обобщение неравенства треугольника); - доказывать и применять при решении задач теорему о монотонности периметра. 4. Аналитические методы в геометрии - применять метод координат для решения геометрических задач;
--	--

- использовать векторы и их свойства в геометрических задачах на доказательство.

III. АЛГЕБРА

1. От чисел к буквам

- доказывать и применять при решении задач свойства многочленов с целыми коэффициентами;
- использовать теорему Виета для решения нестандартных задач;
- применять свойства квадратного трехчлена при решении задач.

2. Функциональные зависимости

- применять геометрический смысл коэффициентов квадратного трехчлена, график квадратного трехчлена для решения задач;
- исследовать относительное расположение графиков квадратных трехчленов с определенными свойствами;
- находить максимальное/минимальное значение квадратичной функции;
- использовать симметричность графика квадратичной функции относительно прямой, проходящей через вершину параболы.

3. Неравенства и оценки

- доказывать и применять трансервенство для доказательства неравенств;
- доказывать и применять неравенство Чебышева;
- определять свойства неравенств, связанные с перестановками переменных (симметрические, циклические неравенства);
- использовать метод упорядочивания переменных при доказательстве неравенств;
- доказывать и использовать неравенство Коши — Буяковского — Шварца при доказательстве неравенств;
- выводить и применять лемму Титу.

IV. ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ

1. Делимость

- использовать понятие степеней вхождения простых чисел для решения нелинейных уравнений в натуральных, целых, целых неотрицательных числах;
- применять метод бесконечного спуска в доказательствах «от противного»;
- использовать соображения делимости при решении нелинейных уравнений в целых числах.

2. Остатки

- доказывать малую теорему Ферма с помощью рассмотрения остатков произведений при делении на p и с помощью метода математической индукции;
- применять малую теорему Ферма для решения теоретико-числовых задач;
- доказывать и применять в задачах теорему Вильсона.

V. ЛОГИКА

1. Математическая логика

- применять принцип крайнего при решении логических задач;
- строить логические формулы и использовать их для построения отрицаний сложных высказываний;
- решать логические задачи со сложными высказываниями;
- применять законы де Моргана;
- строить таблицы истинности.

2. Принципы решения задач

- фиксировать и доказывать наличие инварианта в процессе;

	- применять инвариант для доказательства общих утверждений о ходе процесса, для выяснения результата процесса; - находить и применять инварианты, связанные с делимостью и остатками; - применять инвариант при решении геометрических задач. 3. Алгоритмы и конструкции - составлять алгоритмы, не зависящие от промежуточных результатов работы, и обосновывать их корректность; - применять кодировку числами других систем счисления при построении алгоритмов взвешиваний, угадывания, на клетчатых досках и для доказательства невозможности составления алгоритма с меньшим числом действий. 4. Игры и стратегии - доказывать существование стратегии в математической игре для двух игроков без приведения самой стратегии. VI. КОМБИНАТОРИКА И ТЕОРИЯ МНОЖЕСТВ 1. Комбинаторика - применять метод «шаров и перегородок» при решении комбинаторных задач; - строить взаимно однозначные соответствия между комбинаторными задачами; - решать задачи о подсчете количества множеств и подмножеств с определенными свойствами. 2. Теория множеств - выводить комбинаторным способом и использовать формулу включений-исключений для нескольких множеств. VII. КОМБИНАТОРНАЯ ГЕОМЕТРИЯ 1. Раскраски и разбиения - строить правильные реберные и вершинные раскраски, доказывать возможность их построения для графа с определенными свойствами. 2. Теория графов - использовать метод выделения остовного дерева для решения задач теории графов; - применять метод «подвешивания» графа за вершину для доказательства утверждений теории графов; - использовать дополнительный граф, рассмотрение «антиребер» при решении задач; - применять графы в задачах теории чисел, комбинаторной геометрии. 3. Комбинаторная геометрия - доказывать эквивалентность определений выпуклого многоугольника; - доказывать возможность триангуляции выпуклого многоугольника; - доказывать и применять лемму о диагонали; - выводить и применять формулы суммы градусных мер внутренних и внешних углов многоугольника; - использовать графы-деревья при решении задач о триангуляции многоугольников. Обучающийся получит возможность научиться при решении олимпиадных задач самостоятельно: - анализировать текст задачи, внетекстовую информацию; - анализировать вопрос (требование) задачи;
--	--

- находить взаимосвязи между условиями задачи и использовать их для построения модели и хода решения;
- строить модели на основе уже известных (график на координатной плоскости, схема, таблица, диаграмма Эйлера — Венна, граф, уравнение, неравенство);
- выбирать общий подход к решению задачи;
- при необходимости корректировать ход решения задачи в процессе ее решения;
- конструировать собственный способ решения задачи;
- применять общие принципы решения задач (анализ «узких мест», принцип крайнего, масштабирование задачи, индуктивные рассуждения);
- формулировать и доказывать необходимые вспомогательные свойства (леммы);
- проверять решение задачи на соответствие условиям и требованиям, непротиворечивость математическому и жизненному опыту;
- излагать решение задачи в письменной и устной форме.

К концу обучения в девятом классе обучающийся научится:

I. АРИФМЕТИКА

1. Суммы

- применять свойства арифметической, геометрической прогрессии при решении задач;
- решать задачи с произвольными рекуррентными соотношениями.

2. Числа и их свойства

- применять свойства рациональности и иррациональности в алгебраических, геометрических задачах;
- доказывать невозможность построения правильных многоугольников с вершинами в узлах сетки.

3. Закономерности

- строить доказательства методом математической индукции с более сложными схемами;
- приводить примеры неверного применения метода математической индукции;
- применять метод математической индукции для решения геометрических, комбинаторных, комбинаторно-геометрических, теоретико-числовых задач.

4. Время и движение

- сводить текстовые задачи (на движение, совместную работу и т. д.) к линейным и нелинейным системам с несколькими переменными.

II. ГЕОМЕТРИЯ

1. Геометрическое мышление

- доказывать свойства движений и применять их при решении задач (центральная, осевая, скользящая симметрия, поворот, параллельный перенос);
- доказывать свойства гомотетии, поворотной гомотетии и применять их при решении задач.

2. Площади

- доказывать методом математической индукции формулу Пика для вычисления площадей многоугольников с вершинами в узлах сетки;
- применять формулу Пика при решении задач.

3. Геометрические неравенства

	- рассматривать различные случаи в геометрических задачах (в том числе при дополнительном построении). 4. Аналитические методы в геометрии - применять теоремы синусов и косинусов в доказательствах. III. АЛГЕБРА 1. От чисел к буквам - доказывать и применять теорему Безу для многочленов; - использовать понятие асимптотики при решении задач; - применять теорему Виета для многочленов n степени. 2. Функциональные зависимости - решать задачи распознавания функций по их свойствам и значениям; - выводить интерполяционный многочлен в форме Лагранжа; - использовать интерполяцию при решении задач. 3. Неравенства и оценки - доказывать и применять неравенство о средних для n чисел; - применять метод Штурма для доказательства неравенств. IV. ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ 1. Делимость - вычислять функцию Эйлера для некоторых чисел; - доказывать теорему Эйлера и применять ее при решении задач. 2. Остатки - использовать понятие первообразного корня при решении задач; - применять порядок (показатель) числа по модулю и его свойства при решении задач; - доказывать малую теорему Ферма с помощью показателей; - использовать классы вычетов при доказательстве утверждений. V. ЛОГИКА 1. Математическая логика - решать логические задачи, связанные с теорией графов и другими областями математики. 2. Принципы решения задач - фиксировать и доказывать наличие полуинварианта в процессе; - применять инвариант для доказательства конечности процесса; - применять инвариант при решении задач комбинаторной геометрии, теории графов, геометрических задач. 3. Алгоритмы и конструкции - доказывать невозможность построения алгоритма при определенных условиях; - оценивать сложность алгоритмов. 4. Игры и стратегии - конструировать стратегии для игр на графах; - использовать двоичную систему счисления в задачах теории игр. VI. КОМБИНАТОРИКА И ТЕОРИЯ МНОЖЕСТВ 1. Комбинаторика - применять бином Ньютона, треугольник Паскаля при решении задач. 2. Теория множеств - доказывать формулу включений-исключений с помощью метода математической индукции; - применять взаимно однозначное соответствие множеств для упрощения подсчета количества вариантов. VII. КОМБИНАТОРНАЯ ГЕОМЕТРИЯ 1. Раскраски и разбиения - вычислять хроматическое число некоторых графов;
--	---

	- доказывать планарность графов; - доказывать и применять теорему Эйлера для связного плоского графа. 2. Теория графов - доказывать и применять критерии существования эйлера пути и эйлера цикла в графе; - решать задачи о поиске гамильтонова пути и цикла в графе; - использовать ориентированный граф как модель; - доказывать существование гамильтонова пути в полном ориентированном графе; - приводить примеры графов без гамильтоновых циклов. 3. Комбинаторная геометрия - использовать опорную прямую многоугольника при решении задач; - доказывать существование выпуклой оболочки множеств; - использовать выпуклую оболочку для решения задач и доказательства утверждений. Обучающийся получит возможность научиться при решении олимпиадных задач самостоятельно: - анализировать текст задачи, внетекстовую информацию; - анализировать вопрос (требование) задачи; - находить взаимосвязи между условиями задачи и использовать их для построения модели и хода решения; - строить модели на основе уже известных (график на координатной плоскости, схема, таблица, диаграмма Эйлера — Венна, граф, уравнение, неравенство); - выбирать общий подход к решению задачи; - при необходимости корректировать ход решения задачи в процессе ее решения; - конструировать собственный способ решения задачи; - применять общие принципы решения задач (анализ «узких мест», принцип крайнего, масштабирование задачи, индуктивные рассуждения); - формулировать и доказывать необходимые вспомогательные свойства (леммы); - проверять решение задачи на соответствие условиям и требованиям, непротиворечивость математическому и жизненному опыту; - излагать решение задачи в письменной и устной форме.
--	---